



MINISTERUL EDUCAȚIEI

Societatea de Științe Matematice din România,

Filiala Caraș - Severin



Olimpiada Națională de Matematică, etapa locală (OLM), Caraș – Severin, 18.02.2023,

Clasa a VI-a

○ Timp de lucru: 120 de minute.

○ Fiecare problemă se punctează cu 0 – 7 puncte.

### Problema 1

- a) Dacă  $(a+b+c+d):27$  arătați că  $(\overline{ab}+\overline{cd}):9$ .
- b) Folosind toate cifrele 0,1,2,...9 luate o singură dată se formează două sau mai multe numere de cifre distincte. Demonstrați că suma numerelor formate este multiplu de 9.

**Problema 2.** Numerele naturale  $x, y, z$  sunt direct proporționale cu numerele prime  $p, q, r$ . Dacă  $p \cdot q \cdot r = 30$  și  $x + y + z = 100$ , aflați suma ultimelor 2023 de cifre ale numărului

$$A = x^{2022} + y^{2022} + z^{2022}$$

**Problema 3.** Fie triunghiul  $ABC$  cu  $m(\sphericalangle B) = m(\sphericalangle C)$ ,  $m(\sphericalangle A) > 90^\circ$  și punctul  $D$  situat pe semidreapta  $(AC)$ , astfel încât  $C \in (AD)$ . Semidreapta opusă bisectoarei unghiului  $BCD$  intersectează dreapta  $AB$  în punctul  $E$ . Știind că măsura unghiului  $BEC$  este de  $30^\circ$ , determinați măsurile unghiurilor triunghiului

**Problema 4.** În jurul punctului  $O$  se formează unghiuri cu următoarele măsuri:

$$m(\sphericalangle AOA_1) = 1^\circ, m(\sphericalangle A_1OA_2) = 2^\circ, m(\sphericalangle A_2OA_3) = 3^\circ, \dots, m(\sphericalangle A_{n-1}OA_n) = n^\circ \text{ și}$$

$$m(\sphericalangle A_nOA) = p^\circ, \text{ unde } n, p \in \mathbb{N}.$$

- a) Aflați valoarea maximă a lui  $n$  și  $m(\sphericalangle A_nOA)$ ;
- b) Demonstrați că semidreptele  $(OA_5)$  și  $(OA_{14})$  sunt perpendiculare în situația când numărul natural  $n$  este maxim